

Abitur 2013 / Analysis II / Teil 2

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{8}{x+1} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

1a) senkrechte Asymptote $x = -1$

schräge Asymptote $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Schnittpunkt? $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{8}{x+1} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad | -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$$\frac{8}{x+1} = 0 \quad | \cdot (x+1)$$

$$8 = 0 \quad \downarrow \text{Widerspruch}$$

\rightarrow kein Schnittpunkt

b) $f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{8}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2 - 2 \cdot 8}{2(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 1 - 16}{2(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 15}{2(x+1)^2} > 0$

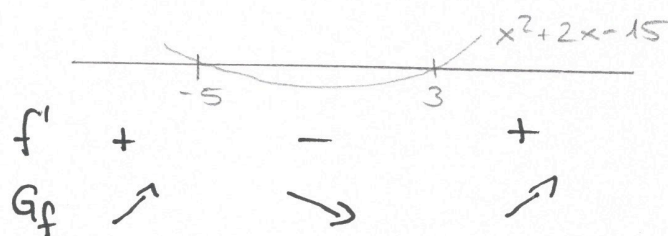
auf gemeinsamen Nenner bringen!
HN: $2(x+1)^2$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{-2 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = -5 \quad x_2 = 3$$

VZ-Tabelle

da Nenner immer > 0
entscheidet Zähler
über Vorzeichen von f'



HOP
(-5/-5)

\uparrow
 $f(-5)$

TIP
(3/3)

\uparrow
 $f(3)$

Lage & Art!

Abi 2014 - Prüfungsteil B - Analysis Aufgabengruppe 2

$$f(x) = \frac{20x}{x^2 - 25}$$

1a) $x^2 - 25 = 0$

$$x^2 = 25$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = 5 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$$

► $f(-x) = \frac{20(-x)}{(-x)^2 - 25} = \frac{-20x}{x^2 - 25} = -f(x) \Rightarrow$ Punktsymmetrie zum Ursprung
Ansatz mit $(-x)$ aufschreiben! „Zeigen Sie“

► Nullstelle: $f(x) = 0 \quad x = 0$

► Asymptoten: Senkrechte Asymptoten $x = -5$; $x = 5$
waagrechte Asymptote $y = 0$
da $2G < NG$

b) $f'(x) = \frac{20(x^2 - 25) - 20x \cdot 2x}{(x^2 - 25)^2} = \frac{-20x^2 - 500}{(x^2 - 25)^2} \rightarrow$ ① $-20 \frac{\overset{>0}{x^2 + 25}}{\underset{>0}{(x^2 - 25)^2}} < 0$
Quotientenregel!
② Zähler: nach unten geöffnete Parabel, die nach unten verschoben wurde \rightarrow Funktionswerte sind immer negativ!
oder:
 $\underbrace{-20x^2 - 500}_{<0} < 0$

Gf schneidet x-Achse im Punkt (0/0)

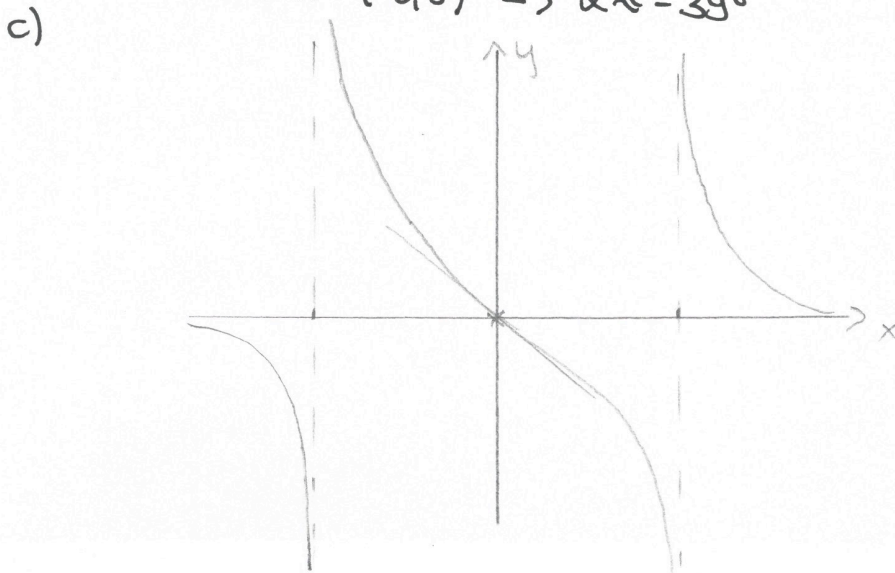
$$m = \tan \alpha$$

$$m = f'(0)$$

$$f'(0) = \frac{-20 \cdot 0^2 - 500}{(0^2 - 25)^2} = -0,8$$

$$-0,8 = \tan \alpha$$

$$\alpha = \tan^{-1}(-0,8) \Rightarrow \alpha \approx -39^\circ$$



Das muss berücksichtigt werden

- Definitionslücken / Asymptoten
- Nullstelle
- Steigung < 0
- Steigung im Punkt 0
- Symmetrie

Abitur 2015 - Prüfungsteil B - Aufgabengruppe 2

$$\mathbb{D} = \mathbb{R} \quad f(x) = ax^4 + bx^3 \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{aus a: } a=1 \quad b=-2 \quad \Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^3 = x^3(x-2)$$

$$b) \quad f'(x) = 4x^3 - 6x^2$$

$$f'(x) = 0$$

$$4x^3 - 6x^2 = 0$$

$$x^2(4x-6) = 0$$

$x_1 = 0$
doppelte
Null

$x_2 = 1,5$
einfache
Null

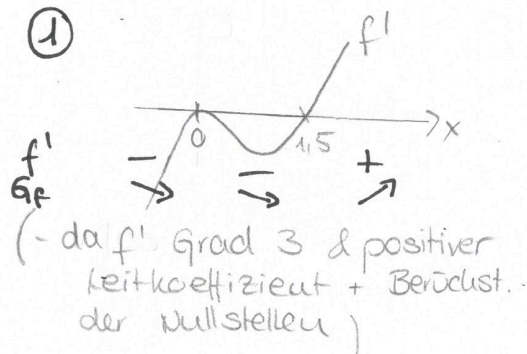
→ kein VZW

→ Terrassen-
punkt

→ VZW

→ Extrema

①



oder

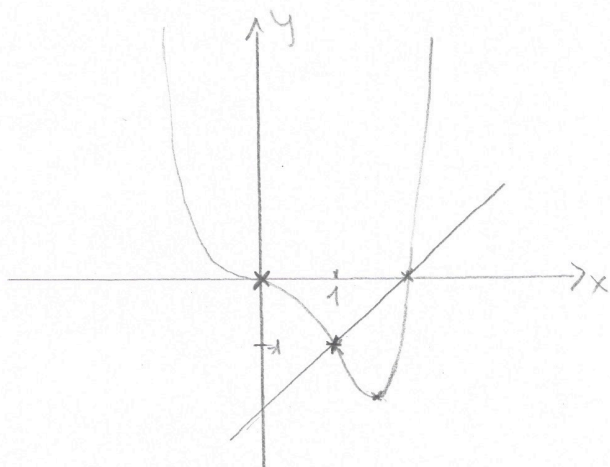
②

	$x=0$	$x=1,5$
x^2	+	+
$4x-6$	-	+
f'	-	+
g_f	→	↗

⇒ Terrassenpunkt (0/0)

⇒ Tiefpunkt bei $(1,5 / -\frac{27}{16}) = (1,5 / -1,6875)$

c)



Gerade $y = mx + t$

Kann abgelesen werden,
da "Geben Sie an"

$$y = x - 2$$

Berechnung: $w(1/-1) \quad P(2/0)$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - (-1)}{2 - 1} = \frac{1}{1} = 1$$

$y = x + t$ $P(2/0)$ einsetzen

$$0 = 2 + t \Rightarrow t = -2$$

$$\rightarrow y = x - 2$$

ABI 2015 Analysis Aufgabengruppe 1, Prüfungsteil B

1) geg: $f(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; -1\}$

a)

$$f(x) = \frac{(x+3) - (x+1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{2}{(x+1)(x+3)} \quad (\Rightarrow \text{Term 1}) = \frac{2}{x^2 + 4x + 3} \quad (\Rightarrow \text{Term 2})$$

$$\frac{1}{0,5(x+2) \leq -0,5} = \frac{1}{0,5(x^2 + 4x + 4) - 0,5} = \frac{1}{0,5x^2 + 2x + 2 - 0,5}$$

$$= \frac{1}{0,5x^2 + 2x + 1,5} = \frac{2}{x^2 + 4x + 3} \quad (\Rightarrow \text{Term 3})$$

b) Da Zählergrad < Nennergrad ist $y = 0$ die waagrechte Asymptote
senkrechte Asymptoten bei $x = -3$ und $x = -1$

$$f(0) = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

c) geg: $p: x \rightarrow 0,5 \cdot (x+2) \leq -0,5$ hat Nullstellen $x = -3$ und $x = -1$, $f(x) = \frac{1}{p(x)}$

$$f'(x) = - \frac{p'(x)}{(p(x))^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow p'(x) = 0$$

$p(x)$ hat nur f. r $x = -2$ eine waagrechte Tangente \Rightarrow einzige Nst. von f' f. r $x = -2$

In $I =]-3; -2]$ ist $p(x)$ str. monoton fallend $\Rightarrow p'(x) < 0 \Rightarrow f'(x) > 0$, G_f str. m. steigend

In $I =]-2; -1]$ ist $p(x)$ str. monoton steigend $\Rightarrow p'(x) > 0 \Rightarrow f'(x) < 0$, G_f str. m. fallend

\Rightarrow Extremstelle = MAX $(-2|-2)$

d) $f(-5) = \frac{1}{4}$, $f(-1,5) = -2\frac{2}{3}$

